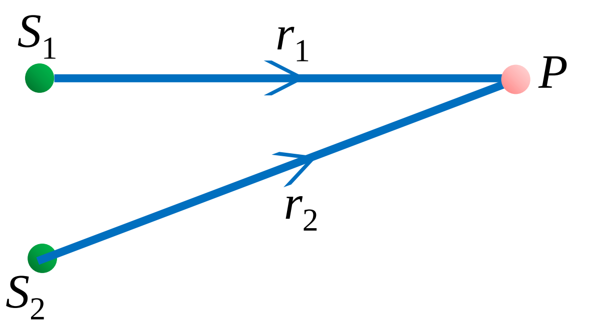
机械波

第二节 波的干涉 驻波 电磁波

1. 如图所示，两列波长为λ的相干波在P点相遇。波在S_1点振动的初相位是ϕ_1，S_1到P点的距离是r_1；波在S_2点的初相位是ϕ_2，S_2到P点的距离是r_2，以k代表零或正、负整数，则P点是干涉极大的条件为：



解析：由S_1和S_2波到达P处的表达式分别为：

$$y_{1P}=A_1\cos[2\pi(\frac{t}{T}-\frac{r_1}{\lambda})+\phi_1]$$

$$y_{2P}=A_2\cos[2\pi(\frac{t}{T}-\frac{r_2}{\lambda})+\phi_2]$$

设两相干波在P点的合振动方程为：$y_P=A\cos(2\pi\frac{t}{T}+\varphi)$，其中$A$为合振幅。

$$A=\sqrt{A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\cos\left(\Delta\phi\right)}\qquad \Delta\phi=(\phi_2-\phi_1)-\frac{2\pi}{\lambda}(r_2-r_1)$$

则要使P点的干涉极大，则需要：$(\phi_2-\phi_1)-\frac{2\pi}{\lambda}(r_2-r_1)=\pm2k\pi$， ($k$=0,1,2…)

故选：D

2. 电磁波在自由空间传播时，电场强度***E***和磁场强度***H***，则：

解析：如图所示，本题考点，电磁波的4个性质：

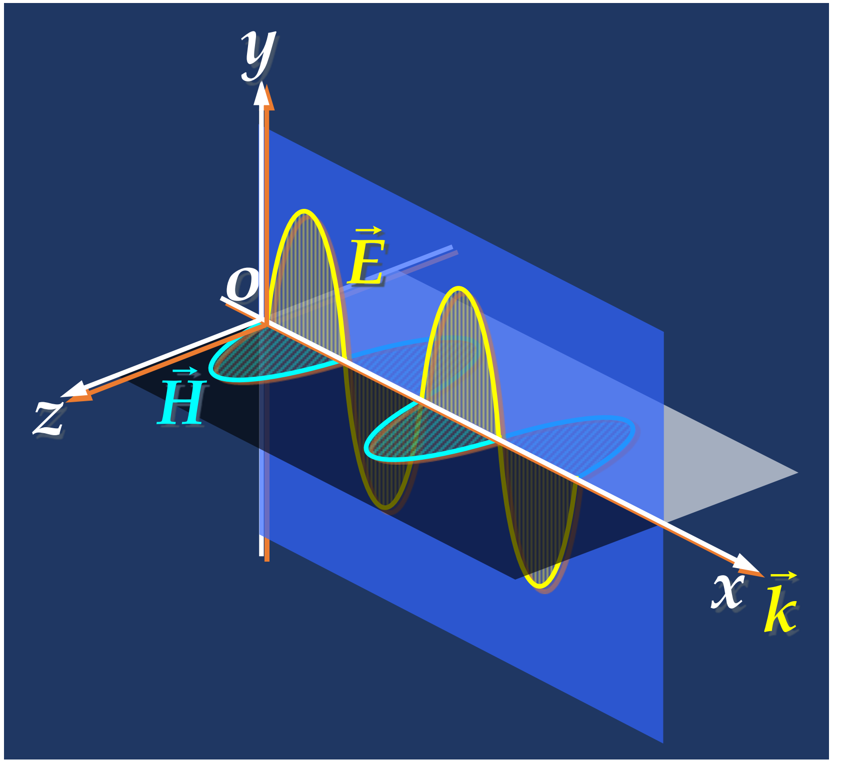
① 电磁波是横波，*E*⊥*H*⊥*k*

② *E*和*H*同相位

③ *E*和*H*数值成比例

④ 电磁波传播在真空中的波速等于光速

故选：*C*。

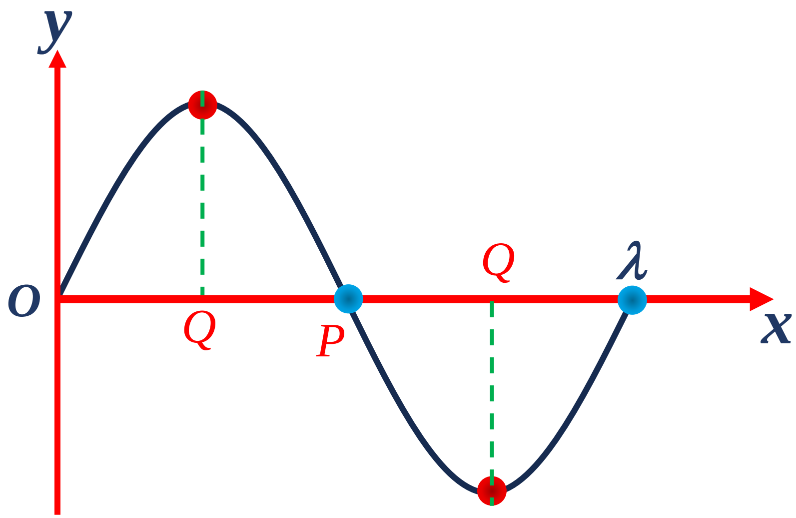


3. 波长为λ的驻波中相邻波节和波腹之间的距离为：

解析：如图所示是形成的驻波，其中波节的位置在如图的*P*点，波腹的位置在如图的*Q*点。

则两者之间的距离为：$\lambda/4$

故选：D



4. 在驻波中，两个相邻波节间各质点的振动：

解析：因为，驻波的振动方程为：$y = 2A\cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right)\cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$，可以看出：

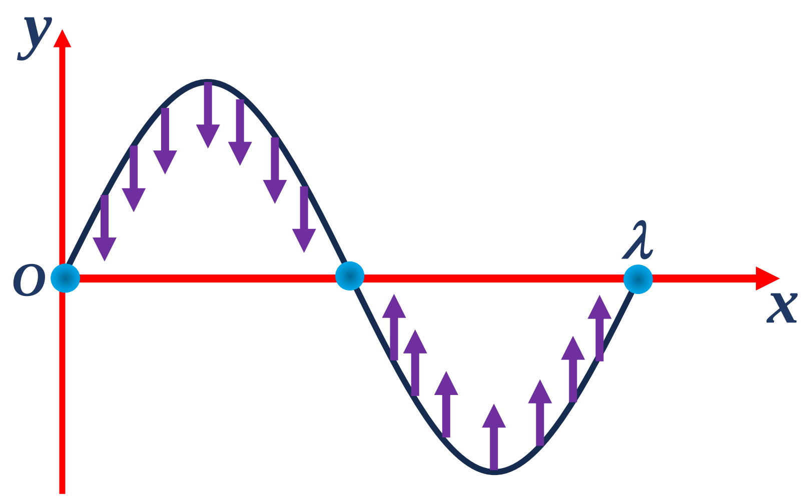
振幅是与*x*有关与*t*无关的参数，因此不同*x*处，振幅不同。

如图，可以看出在波节处振幅为零，

在波腹处振幅为最大；

在两个波节之间：不同*x*处，振幅的正负号相同，因此相位相同。

故选：B



5. 一机车汽笛频率为750 Hz，机车以时速90公里远离静止的观察者。观察者听到的声音的频率是(设空气中声速为340m/s)：

解析：如图所示：本题考查的是多普勒效应中的波源运动，而观察者静止的情况：

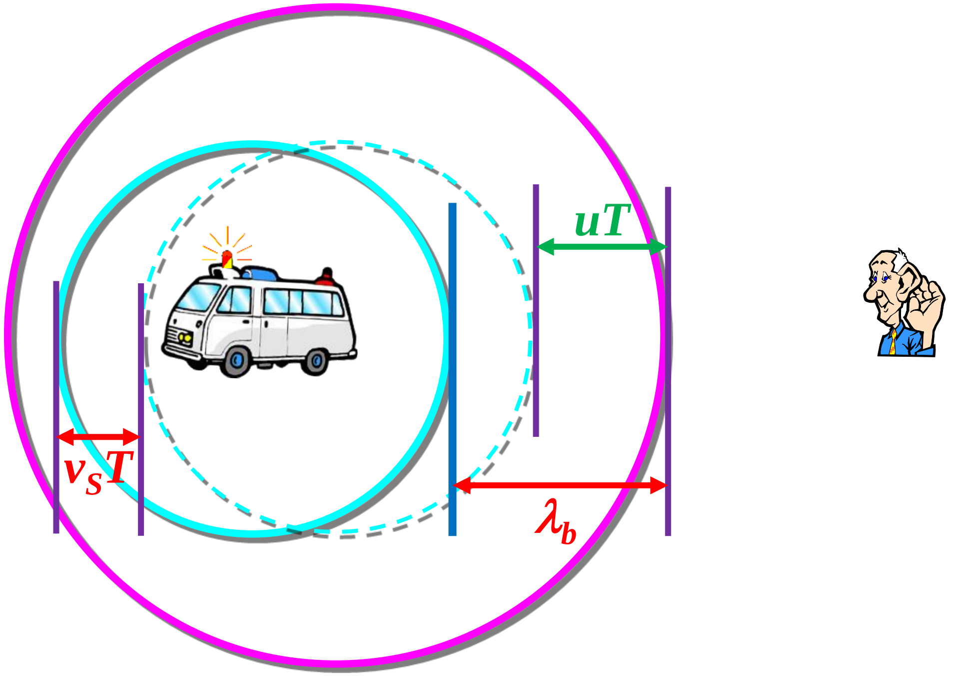
即：$v_S \neq 0$，$v_B=0$。

由图中关系可得：介质中的波长λ_b变为：$\lambda_b = uT + v_S T$

则B的观测到的频率为：$\upsilon = u/\lambda_b = u/T(u+v_S) = u\upsilon_0/(u+v_S)$

带入可得：υ=699 Hz.

故选：B



6. 沿着相反方向传播的两列相干波，其表达式为：$y_1 = A\cos 2\pi(\nu t - x/\lambda)$ 和 $y_2 = A\cos 2\pi(\nu t + x/\lambda)$。在叠加后形成的驻波中，各处简谐振动的振幅是：

解析：由题意知，设y_1和y_2叠加形成的驻波方程（cos函数和差化积）为：

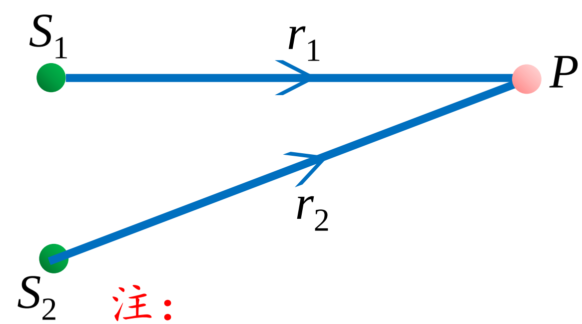
$$y = y_1 + y_2 = 2A\cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right)\cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$$

则形成的驻波振幅为：$A(x) = 2A\cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right)$

其中：$0 \le \left|A(x)\right| = \left|2A\cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right)\right| \le 2A$

故选：D

7. 两个相干点波源S_1和S_2，它们的振动方程分别是：$y_1 = A\cos\left(\omega t + \dfrac{\pi}{2}\right)$ 和 $y_2 = A\cos\left(\omega t - \dfrac{\pi}{2}\right)$。波从$S_1$传到$P$点经过的路程等于2个波长，波从$S_2$穿到$P$点的路程等于7/2个波长。设两波波速相同，在传播过程中振幅不衰减，则两波在P点引起的两个振动的相位差是：____、振动的合振幅为：____。



注：

解析：由题意知，如图所示：y_1和y_2在P点的振动方程分别为：

$$y_1 = A\cos\left[\omega\left(t - \frac{2\lambda}{u}\right) + \frac{\pi}{2}\right]$$

$$y_2 = A\cos\left[\omega\left(t - \frac{7\lambda}{2u}\right) - \frac{\pi}{2}\right]$$

所以两波在P点的相位差为：

$$\Delta\phi = \omega\left(t - \frac{7\lambda}{2u}\right) - \frac{\pi}{2} - \omega\left(t - \frac{2\lambda}{u}\right) - \frac{\pi}{2}$$

$$= -\frac{2\pi}{T}\times\frac{7\lambda}{2u} + \frac{2\pi}{T}\times\frac{2\lambda}{u} - \pi$$

$$= -4\pi$$

注：波动中，求介质中两点的相位差时，2π的整数倍不能舍去，因为其中包含了位置信息

两者的合振幅为：

$$A_{合} = \sqrt{A^2 + A^2 + 2AA\cos(\Delta\phi)}$$

$$= \sqrt{2A^2 + 2A^2\cos(-4\pi)}$$

$$= 2A$$

8. A、B是简谐波波线上距离小于波长的两点。已知B点振动的相位比A点落后$\pi/3$，波长为λ=3m，则A，B两点相距L= ______ m。

解析：根据波传播路径上，两点的相位差和波程差之间的关系：

$$\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1=-\omega(x_2-x_1)/u=-2\pi\Delta x/\lambda$$

因此，A，B之间的距离：$L=|\Delta x|=\lambda\,\Delta\varphi/2\pi=0.5$ m。

9. 一驻波表达式为$y=2A\cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right)\cos(\omega t)$，则$x$=-$\lambda$/2处质点的振动方程是：______；该质点的振动速度表达式是：______。

解析：由题意知：在x=-λ/2处的振动方程为：$y=-2A\cos(\omega t)$，

对于该点的速度：$v=\frac{\partial y}{\partial t}=2A\omega\sin(\omega t)$

10. 一列火车以20m/s的速度行驶，若机车汽笛的频率为600Hz，一静止观测者的机车在机车正前和机车正后所听到的笛声频率分别为υ_1、υ_2，则υ_1 ____ υ_2 (选填“>”、“=”、“<”)，$|\upsilon_1-\upsilon_2|=$ ____ Hz（设空气中声速为340 m/s)

解析：如图所示：本题考查的是多普勒效应中的波源运动，而观察者静止的情况：

即：$v_S \neq 0$，$v_B=0$。

由图中关系可得：

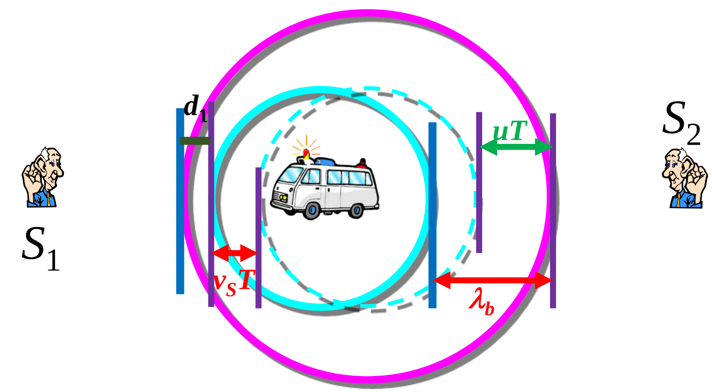
变化后的波长λ_b变为：$\lambda_b = uT \mp v_S T$

则1和2处的观测到的频率分别为：

$\upsilon_1 = u/\lambda_b = u/T(u-v_S) = u\upsilon_0/(u-v_S) = 637.5$ Hz.

$\upsilon_2 = u/\lambda_b = u/T(u+v_S) = u\upsilon_0/(u+v_S) = 566.7$ Hz.

则$\upsilon_1 > \upsilon_2$，且$|\upsilon_1-\upsilon_2| = 70.8$ Hz.



11. 设入射波的表达式为$y_1 = A\cos 2\pi\left(\frac{x}{\lambda}+\frac{t}{T}\right)$，在$x$=0处发生反射，反射点为一自由端。设反射时无能量损失，求(1)反射波的表达式；(2)合成的驻波的表达式；(3)波腹和波节的位置。

解析：**这里老师需要给大家强调一点：反射点是自由端，所以反射时没有半波损失；当反射是固定端时，有半波损失。只有从波疏到波密的反射波才有半波损失。**

因此，入射波的方程为： $y_{入} = A\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{x}{\lambda}\right)$ ，建立如图所示坐标轴

因为反射点在x=0处，则反射波的表达式为： $y_{反} = A\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)$ 。

（注：该题入射波的波函数中x前的系数为正，说明波的传播方向与x轴负方向相同；则反射波的传播方向将与x轴正方向相同，所以反射波中x前系数为负。）

可得驻波方程：$y = y_{入} + y_{反} = 2A\cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right)\cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$ 。

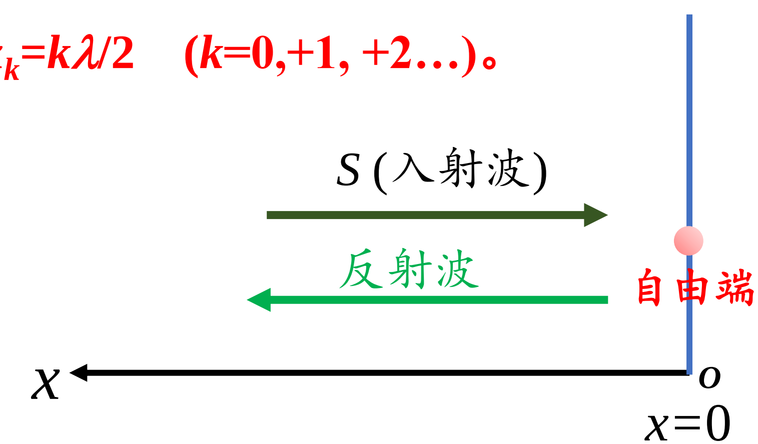
令：$A(x) = 2A\cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right)$，则$0 \le |A(x)| \le 2A$，对于波腹部点： $|A(x)| = 2A$，

即：$2A\cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) = 2A$，则$2\pi x_k/\lambda = k\pi$，所以：$\boldsymbol{x_k = k\lambda/2}$ **($\boldsymbol{k}$=0,+1, +2…)。**

对于波节点： $|A(x)| = 0$，则$2\pi x_k/\lambda = (k+1/2)\pi$，

即： $\boldsymbol{x_k = (k+1/2)\lambda/2}$ **($\boldsymbol{k}$=0,+1, +2…)。**

注：此题波在x=0处反射，波腹和波节对应的x只能取0或正值。



12. 两波在一很长的弦线上传播，其表达式分别为：$y_1 = 4.00\times10^{-2}\cos\frac{\pi}{3}(4x-24t)$ (SI) $y_2 = 4.00\times10^{-2}\cos\frac{\pi}{3}(4x+24t)$ (SI)。(1)两波的频率、波长、波速；(2)两波叠加后的节点位置；(3)叠加后振幅最大的那些点的位置。

解析：由波的表达式可知：两表达式分别为：

$$y_1 = A\cos\left[2\pi\left(\nu_1 t - \frac{x_1}{\lambda_1}\right)\right] = 4.00\times10^{-2}\cos\left[2\pi\left(4t - \frac{x}{3/2}\right)\right]$$

$$y_2 = A\cos\left[2\pi\left(\nu_2 t + \frac{x_2}{\lambda_2}\right)\right] = 4.00\times10^{-2}\cos\left[2\pi\left(4t + \frac{x}{3/2}\right)\right]$$

则两波的频率、波长、波速分别为：$\upsilon_1 = \upsilon_2 = 4$ Hz；$\lambda_1 = \lambda_2 = 3/2$ m；$\mu_1 = \mu_2 = 6$ m/s。

当两波叠加时：$y = y_1 + y_2 = 8.00\times10^{-2}\cos\left(\frac{4\pi}{3}x\right)\cos(8\pi t)$。对于节点位置：

则要求：$\cos(4\pi x/3)=0$，即：$4\pi x/3=(k+1/2)\pi$ $(k=0, \pm1, \pm2\ldots)$

即：$x=3(k+1/2)/4$ $(k=0, \pm1, \pm2\ldots)$

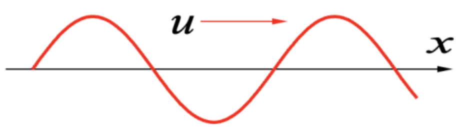
对于振幅最大的位置(即波腹)：则要求：$4\pi x/3=k\pi$ $(k=0, \pm1, \pm2\ldots)$

即：$x=3k/4$ $(k=0, \pm1, \pm2\ldots)$。

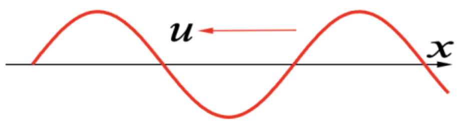
思考题：驻波的能量有没有定向流动？为什么？

解析：驻波的能量没有定向流动。形成驻波后，动能与势能不断相互转换，能量交替地由波腹附近转向波节附近，再由波节附近转向波腹附近，故驻波得能量并没有作定向得传播。

四 驻波的能量



$$I_1 = \frac{1}{2}\rho A^2 \omega^2 u$$



$$I_2 = \frac{1}{2}\rho A^2 \omega^2 (-u)$$

驻波的平均能流密度： $I = I_1 + I_2 = 0$

驻波是两列相向传播的等辐相干波的叠加，故其平均总能流密度为零，没有能量的定向流动。

能量分布：

最大位移处：$y = \pm 2A$ ，波节处势能最大；

平衡位置处：$y = 0$ ，波腹处动能最大；

波腹点 $\xleftrightarrow{\text{波的能量}}$ 波节点　不传播能量